

2 Kugeln ziehen



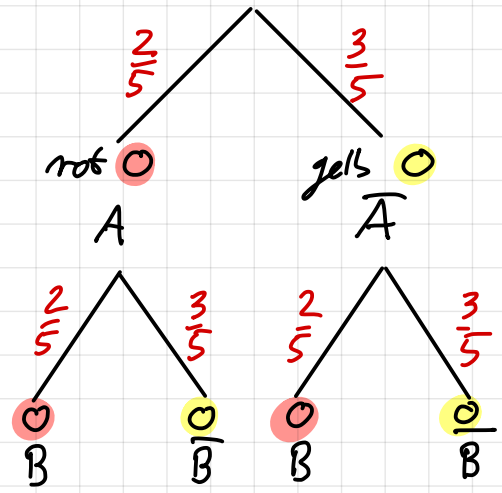
3 gelbe
2 rote

Merkmale

A: im 1. Zug rot

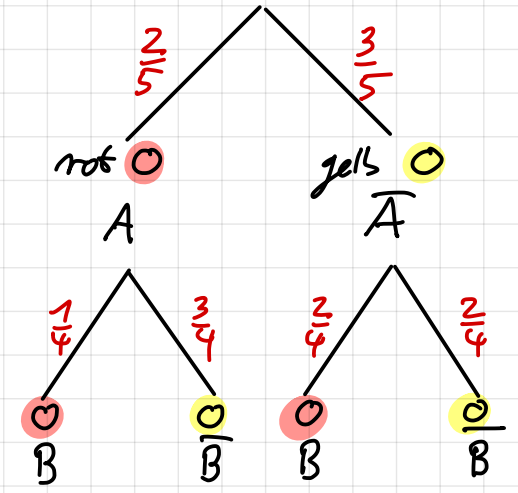
$\bar{A}$: im 2. Zug rot

mit zurücklegen



	A	$\bar{A}$	
B	$\frac{4}{25}$	$\frac{6}{25}$	$\frac{10}{25}$
$\bar{B}$	$\frac{6}{25}$	$\frac{9}{25}$	$\frac{15}{25}$
	$\frac{10}{25}$	$\frac{15}{25}$	$\frac{25}{25}$

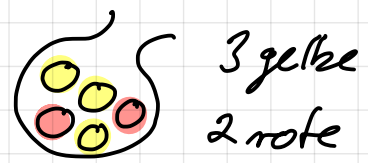
ohne zurücklegen



	A	$\bar{A}$	
B	$\frac{2}{20}$	$\frac{6}{20}$	$\frac{8}{20}$
$\bar{B}$	$\frac{6}{20}$	$\frac{6}{20}$	$\frac{12}{20}$
	$\frac{8}{20}$	$\frac{12}{20}$	

2 Kugeln ziehen

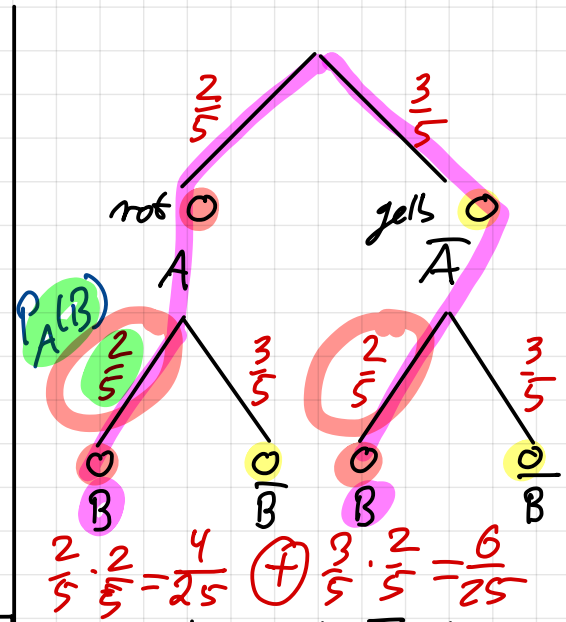
mit zurücklegen



Merkmale

A: im 1. Zug rot

B: im 2. Zug rot



Die Ausgangs-
lage beim 2. Zug
ist völlig unabh-
hängig vom ersten
Zug, denn.. 3g 2r..

$P(A \cap B)$	A	$\bar{A}$	
B	$\frac{4}{25}$	$\frac{6}{25}$	$\frac{10}{25}$
$\bar{B}$	$\frac{6}{25}$	$\frac{9}{25}$	$\frac{15}{25}$
$P(A)$	$\frac{4}{25}$	$\frac{15}{25}$	$\frac{25}{25}$

Stochastisch
unabhängig

$P_A(B) = P(B)$
das ist egal

$\frac{2}{5} = \frac{10}{25} \checkmark$

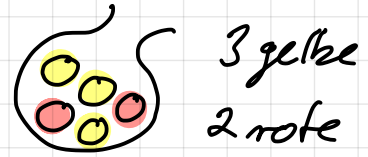
$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$

$\frac{4}{25} = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5}$

$\frac{4}{25} = \frac{4}{25} \checkmark$

$P_A(B) = P_B(B)$
 $\Rightarrow$ stochastisch
unabhängig

2 Kugeln ziehen



3 gelbe
2 rote

Merkmale

A: im 1. Zug rot

B: im 2. Zug rot

Stochastisch
abhängig

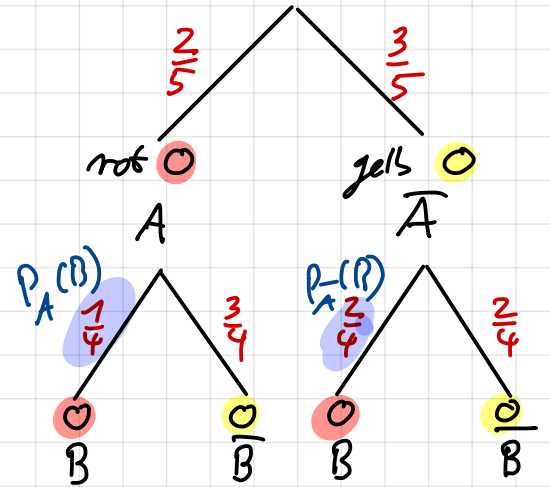
$$P_A(B) \neq P_{\bar{A}}(B)$$

$$\frac{1}{4} \neq \frac{2}{4}$$

$$P_A(B) \neq P(B)$$

$$\frac{1}{4} \neq \frac{2}{5}$$

ohne Zurücklegen



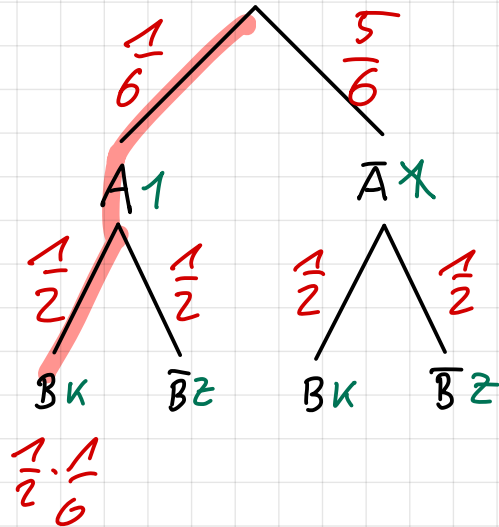
Die Ausgangslage im 2. Zug ist abhängig vom ersten Zug
nicht immer gleich. 2g 2n oder 3g 1n...

	A	$\bar{A}$	$P(B)$
B	$\frac{2}{20}$	$\frac{6}{20}$	$\frac{8}{20}$
$\bar{B}$	$\frac{6}{20}$	$\frac{6}{20}$	$\frac{12}{20}$
	$\frac{8}{20}$	$\frac{12}{20}$	

$$P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B) \dots$$

Stochastische Unabhängigkeit prüfen

Wurf von Würfel und Münze. - Ereignis A: Würfel zeigt eine 1 ; Ereignis B: Münze zeigt Kopf



	A	$\bar{A}$	
B	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{2}$
$\bar{B}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{2}$
	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$	

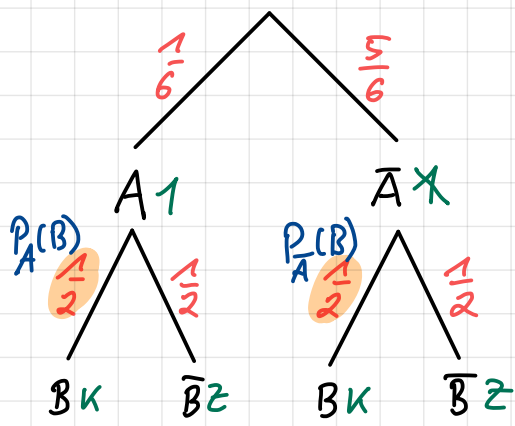
Laplace-Versuch
Ergebnisliste

		A					
		1	2	3	4	5	6
B	K						
	Z						



Stochastische Unabhängigkeit prüfen

Wurf von Würfel und Münze. - Ereignis A: Würfel zeigt eine 1; Ereignis B: Münze zeigt Kopf



$P(A \cap B)$	A	$\bar{A}$	
B	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{2}$
$\bar{B}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{1}{2}$
	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{6}$	1
	$P(A)$		$P(B)$

Laplace-Versuch
Ergebnisliste

		1	2	3	4	5	6	
B	K	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{2}$
	$\bar{B}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{2}$
		$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	1
		$P(A)$						$P(B)$

Die Ereignisse sind stochastisch unabhängig, denn ...

- I ... sowohl die Objekte (Würfel/Münze) als auch die Ereignisse (1; Kopf) sind unabhängig voneinander.
- II ... die bedingten Wahrscheinlichkeiten sind gleich $P_A(B) = \frac{1}{2} = P_{\bar{A}}(B)$
- III ... es gilt und $P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12} = P(A \cap B)$
- IV ... $P_A(B) = \frac{1}{2} = \frac{6}{12} = P(B)$

S. 192 AS

Teste dich!

- 5 Eine ideale Münze wird zweimal geworfen. Untersuche die Ereignisse A: „Im ersten Wurf Zahl“ und B auf stochastische Unabhängigkeit.
a) B: „Mindestens einmal Kopf“ b) B: „Zweimal dieselbe Seite“

5 Laplace

Ergebnismenge $S = \{ZZ; ZK; KZ; KK\}$; $A = \{ZZ; ZK\}$ $P(A) = \frac{1}{2}$

a) $B = \{ZK; KZ; KK\}$, $P(B) = \frac{3}{4}$, also $P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$

$A \cap B = \{ZK\}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{4} \neq P(A) \cdot P(B)$.

Damit sind A und B nicht stochastisch unabhängig.

b) $B = \{ZZ; KK\}$, $P(B) = \frac{1}{2}$, also $P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$A \cap B = \{ZZ\}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{4} = P(A) \cdot P(B)$.

Damit sind A und B stochastisch unabhängig.

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$\frac{1}{4} \neq \frac{3}{8}$

